



CONCURSUL JUDEȚEAN DE MATEMATICĂ „PETRU MAIOR”

Colegiul „Petru Maior” Reghin

EDIȚIA a II-a, 9.04.2022

Clasa a IX-a

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Pentru fiecare problemă se acordă maxim 7 puncte.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

1. Feladat

a) Három számtani haladványban lévő szám összege 21. Ha az elsőhöz hozzáadunk 2-t, a másodikhoz 3-at és a harmadikhoz 9-t, akkor az így kapott számok mértani haladványban lesznek. Határozd meg a kezdeti három számot.

b) Igazold, hogy $5^{2n+1} \cdot 2^{n+2} + 3^{n+2} \cdot 2^{2n+1} \vdots 19, \forall n \geq 1$.

2. Feladat

Adottak az $f_m, g: \sim \rightarrow \sim$ függvények, amelyek értelmezése a következő:

$$f_m(x) = \begin{cases} x+1, & x \in (-\infty, 2] \\ mx-3, & x \in (2, \infty) \end{cases}, m \in \sim \text{ és } g(x) = \begin{cases} x-1, & x \in (-\infty, 3] \\ \frac{x+3}{3}, & x \in (3, \infty) \end{cases}.$$

- a) Határozd meg a $h = g \circ f_3$ függvényt.
- b) Tanulmányozd az f_m függvény monotonitását minden $m \in \sim$ esetén.

3. Feladat

Számítsd ki a következő kifejezések értékét:

a) $E = 2 \sin(-756^\circ) + \cos 54^\circ - \cos(-486^\circ) + \sin^2 216^\circ + \cos^2 144^\circ;$

b) $F = \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) \cdot \sin(3\pi - x)}{\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) \cdot \sin(\pi + x) \cdot \cos\left(x - \frac{5\pi}{2}\right)}.$

4. Feladat

Az $ABCD$ trapézban $AB \parallel CD$ és $AC \cap BD = \{O\}$. Az $\triangle AOB$ háromszög súlypontja G_1 és a $\triangle DOC$ háromszög súlypontja G_2 . Mutasd ki, hogy a sík bármely M pontja esetén fennáll a következő egyenlőség:

$$2(\overrightarrow{MG_1} + \overrightarrow{MG_2}) = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{G_1O} + \overrightarrow{G_2O}.$$